Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación
Nivel Medio
Prueba 1

8 de mayo de 2023

Zona A tarde | **Zona B** mañana | **Zona C** tarde

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

19 páginas

2223 – 7224
© International Baccalaureate Organization 2023

Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 5]

Zaha está diseñando un puente que permita cruzar un río. Ella cree que el peso del acero que se va a necesitar para construir este puente es aproximadamente igual a $53\,632\,000\,\text{kg}$.

El peso exacto del acero que se necesita para construir el puente es igual a $55\,625\,000\,\text{kg}$.

(a) Halle el porcentaje de error de la aproximación de Zaha. [2]

El diseño de Zaha se utiliza para construir cinco puentes idénticos.

(b) (i) Halle el peso del acero que se necesita para construir estos cinco puentes, **redondeando a tres cifras significativas.**

(ii) Escriba la respuesta que ha dado en el apartado (b)(i) en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [3]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. [Puntuación máxima: 6]

Angel ha ahorrado $520\$$. Angel se plantea invertir ese dinero metiéndolo durante 5 años en un banco. El banco le ofrece un tipo de interés anual del $1,2\%$ compuesto trimestralmente.

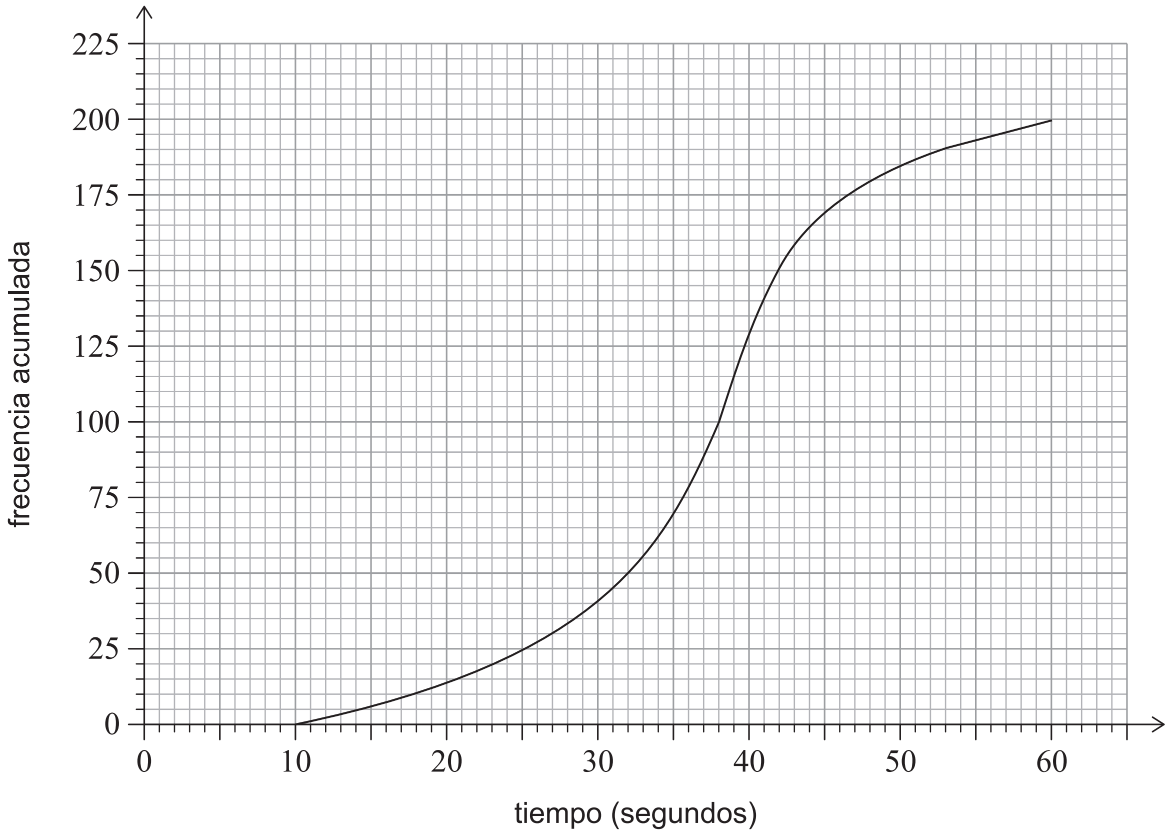
(a) Calcule cuánto dinero tendría Angel al final de esos 5 años si metiera el dinero en el banco. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales. [3]

En lugar de invertir el dinero, Angel decide comprarse un teléfono que cuesta $520\$$. Al final de esos 5 años, el teléfono tendrá un valor de $30\$$. Se puede suponer que la tasa de depreciación anual es constante.

(b) Calcule la tasa de depreciación anual del teléfono. [3]

3. [Puntuación máxima: 7]

En un colegio, 200 alumnos resolvieron un problema en una competición de matemáticas. Se midió el tiempo que tardaba cada uno en resolver el problema y se elaboró la siguiente tabla de frecuencias acumuladas.



(a) Utilice el gráfico para hallar:

(i) La mediana del tiempo

(ii) El primer cuartil

(iii) El tercer cuartil

(iv) El rango intercuartil [4]

Cedric tardó 14 segundos en resolver el problema.

(b) Determine si el tiempo de Cedric es (o no) un valor atípico. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 3: continuación)

4. [Puntuación máxima: 6]

En un club de atletismo, Sung-Jin realiza una prueba para determinar si existe alguna relación entre la edad del atleta y su mejor tiempo en la carrera de $100\,\mathrm{m}$. Se elige al azar ocho atletas, cuyos datos se muestran a continuación.

Atleta	A	B	C	D	E	F	G	H
Edad (años)	13	17	22	18	19	25	11	36
Tiempo (segundos)	13,4	14,6	13,4	12,9	12,0	11,8	17,0	13,1

Sung-Jin decide calcular el coeficiente de correlación por rangos de Spearman para este conjunto de datos.

(a) Complete la tabla de rangos. [2]

Atleta	A	B	C	D	E	F	G	H
Rango de edades			3					
Rango de tiempos							1	

(b) Calcule el coeficiente de correlación por rangos de Spearman (r_s). [2]

(c) Interprete este valor de r_s en el contexto de la pregunta. [1]

(d) Sugiera una razón matemática por la cual Sung-Jin puede que haya decidido no utilizar el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson con los datos de la tabla original. [1]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. [Puntuación máxima: 4]

La siguiente tabla de distribución de frecuencias muestra las calificaciones que obtuvieron en un examen un grupo de alumnos.

Calificación	1	2	3	4	5	6	7
Frecuencia	1	4	7	9	p	9	4

Para esta distribución, la media de las calificaciones es $4{,}5$.

(a) Escriba, en función de p, el número total de alumnos. [1]

(b) Calcule el valor de p. [3]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

6. [Puntuación máxima: 6]

Una empresa que es dueña de muchos restaurantes quiere averiguar si existen diferencias en la calidad de los platos que se preparan para tres tipos de comidas distintas: desayuno, almuerzo y cena.

El equipo de control de calidad de la empresa elige al azar 500 platos para analizarlos. La calidad de cada plato se clasifica como perfecta, satisfactoria o deficiente. Los datos recogidos están resumidos en la siguiente tabla.

		Calidad			
		Perfecta	**Satisfactoria**	**Deficiente**	**Total**
Comida	**Desayuno**	101	124	7	**232**
	Almuerzo	68	81	5	**154**
	Cena	35	69	10	**114**
	Total	**204**	**274**	**22**	**500**

Se elige al azar un plato de entre estos 500.

(a) Halle la probabilidad de que su calidad no sea perfecta, sabiendo que es un plato del desayuno. [2]

Se realiza una prueba χ^2 a un nivel de significación del 5% para determinar si hay pruebas significativas de que exista una diferencia en la calidad de los platos que se preparan para esas tres tipos de comidas.

Para esta prueba, el valor crítico es $9{,}488$.

Las hipótesis para esta prueba son las siguientes:

H_0: La calidad de los platos y el tipo de comida son independientes.
H_1: La calidad de los platos y el tipo de comida no son independientes.

(b) Halle el estadístico χ^2. [2]

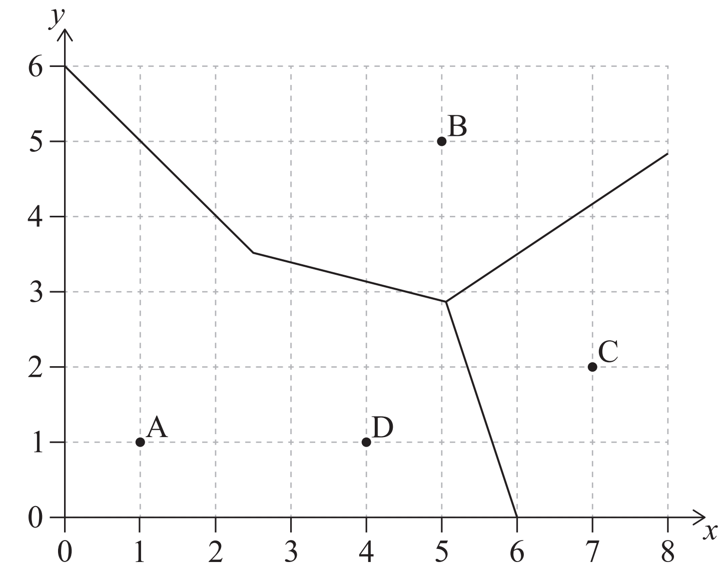
(c) Indique, aportando una justificación, cuál es la conclusión de esta prueba. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 6: continuación)

7. [Puntuación máxima: 6]

Ani es la dueña de cuatro cafeterías que están representadas por los puntos A, B, C y D. Ani quiere dividir el área en distintas zonas de reparto. Este proceso se ha iniciado, y está plasmado en el siguiente diagrama incompleto de Voronoi, donde 1 unidad representa 1 kilómetro.



El punto medio de CD es $(5{,}5\,;\ 1{,}5)$.

(a) Muestre que la ecuación de la mediatriz de $[\mathrm{CD}]$ es $y = -3x + 18$. [3]

(b) Complete el diagrama de Voronoi mostrado arriba. [1]

Ani abre una oficina que es equidistante a tres de esas cafeterías: B, C y D. La ecuación de la mediatriz de $[\mathrm{BC}]$ es $3y = 2x - 1{,}5$.

(c) Halle las coordenadas de la oficina. [2]

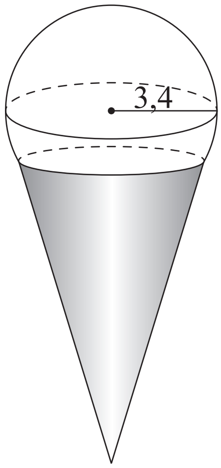
(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 7: continuación)

8. [Puntuación máxima: 5]

Ruhi se compra una bola de helado que tiene forma de esfera de $3{,}4\,\text{cm}$ de radio. El helado se sirve en un cono; y se puede suponer que $\frac{1}{5}$ del volumen del helado está metido dentro del cono. Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule el volumen de helado que no está dentro del cono. [3]

El cono tiene una generatriz de $11\,\text{cm}$ y un radio de $3\,\text{cm}$.

El exterior del cono está cubierto de chocolate.

(b) Calcule el área de la superficie del cono que está cubierta de chocolate. Dé la respuesta redondeando al número entero de cm^2 más próximo. [2]

9. [Puntuación máxima: 6]

Las longitudes de las semillas procedentes de un árbol de mangos en particular siguen aproximadamente una distribución normal de una media de $4\,\text{cm}$ y desviación típica igual a $0{,}25\,\text{cm}$.

Se coge al azar una semilla de este árbol de mangos.

(a) Calcule la probabilidad de que la longitud de esa semilla sea menor que $3{,}7\,\text{cm}$. [2]

Se sabe que el 30 % de las semillas tienen una longitud mayor que $k\,\text{cm}$.

(b) Halle el valor de k. [2]

Para una semilla de longitud $d\,\text{cm}$ elegida al azar, $\text{P}(4 - m < d < 4 + m) = 0{,}6$.

(c) Halle el valor de m. [2]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

10. [Puntuación máxima: 8]

Un jugador de baloncesto lanza el balón. La altura a la que está el balón se puede modelizar mediante

$$h(t) = -4{,}75t^2 + 8{,}75t + 1{,}5\,,\ t \geq 0\,,$$

donde h es la altura sobre el nivel del suelo a la que está el balón (en metros) y t es el tiempo transcurrido (en segundos) desde que se lanzó el balón.

(a) Halle el tiempo que tarda el balón en alcanzar la altura máxima. [2]

(b) Suponiendo que ningún jugador coge el balón, halle el tiempo que tarda el balón en tocar el suelo. [2]

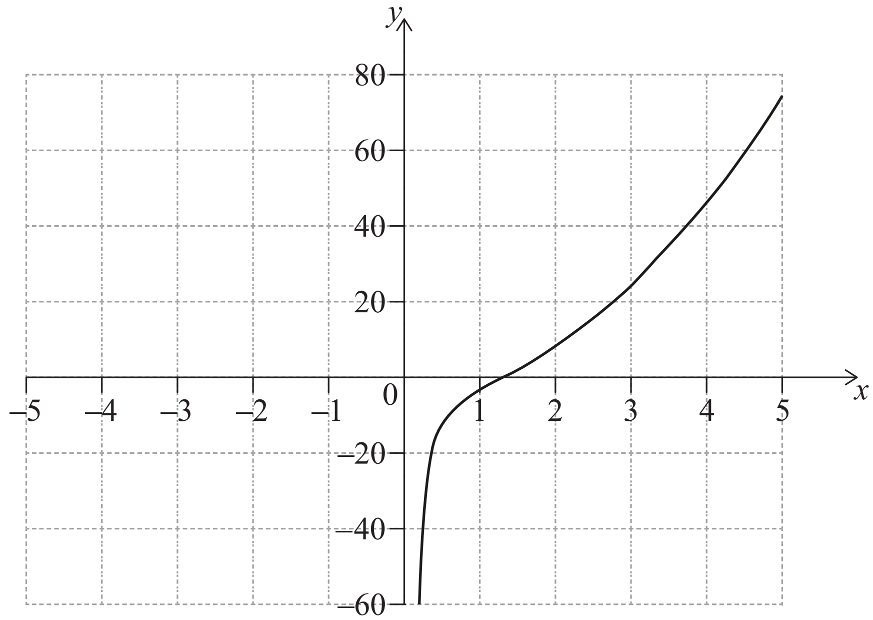
Hay otro jugador que coge el balón justo cuando está a una altura de $1{,}2$ metros.

(c) Halle el valor de t cuando este otro jugador coge el balón. [2]

(d) Escriba dos limitaciones que tenga el uso de $h(t)$ para modelizar la altura del balón. [2]

11. [Puntuación máxima: 7]

Considere $f(x) = 3x^2 - \frac{5}{x}, x \neq 0$. El gráfico de f, para $0 < x \leq 5$, se muestra en los siguientes ejes de coordenadas.



(a) (i) En esos mismos ejes, dibuje aproximadamente el gráfico de f, para $-5 \leq x < 0$.

(ii) Escriba la coordenada x del mínimo local. [4]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar las soluciones de la ecuación $f(x) = 20$. [2]

(c) Escriba la ecuación de la asíntota vertical del gráfico de f. [1]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

12. [Puntuación máxima: 5]

Un juego consiste en lanzar bolas para intentar dar a un objetivo. La variable aleatoria X representa el número de veces que se da al objetivo en cinco intentos. En la siguiente tabla se muestra la distribución de probabilidad de X.

X	0	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(X=x)$	0,15	0,2	k	0,16	$2k$	0,25

(a) Halle el valor de k. [2]

Los jugadores tienen la posibilidad de ganar dinero según el número de veces que le den al objetivo.

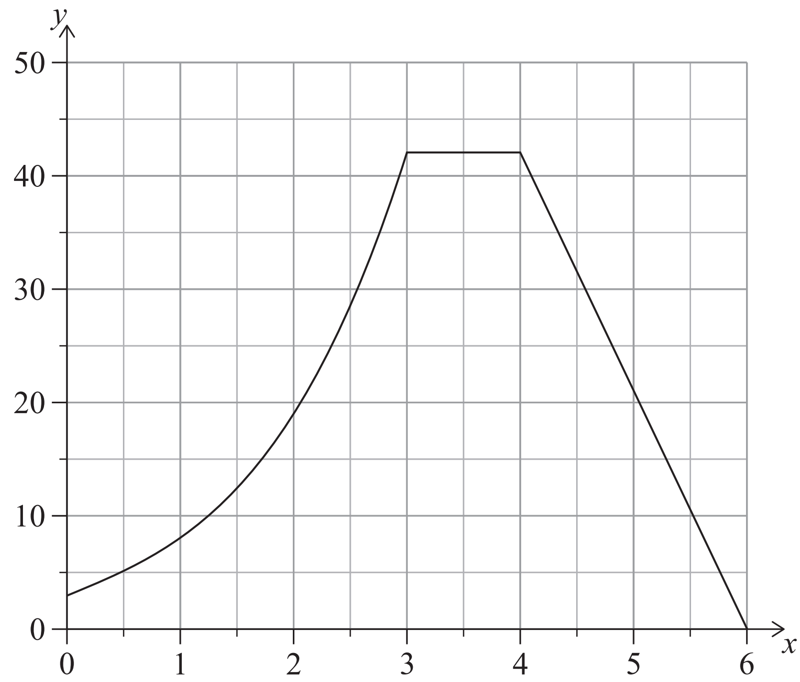
En la siguiente tabla se muestra la ganancia del jugador en dólares ($), donde una ganancia negativa significa que el jugador pierde dinero.

X	0	1	2	3	4	5
Ganancia del jugador ($)	–4	–3	–1	0	1	4

(b) Determine si el juego es (o no) justo. Justifique su respuesta. [3]

13. [Puntuación máxima: 9]

Una ingeniera quiere calcular el área de la sección transversal de una presa. La sección transversal de la presa se puede modelizar mediante una curva y dos rectas, tal y como se muestra en la siguiente figura, donde las distancias se miden en metros.



La curva viene dada por la función $f(x)$. La siguiente tabla da valores de $f(x)$ para una serie de valores de x dentro del intervalo $0 \le x \le 3$.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$y = f(x)$	3	5,13	8	12,4	19	28,6	42

(a) Calcule una estimación del área correspondiente al intervalo $0 \le x \le 3$ utilizando la regla del trapecio con tres intervalos iguales. [2]

Se sabe que $f'(x) = 3x^2 + 4$ en el dominio $0 < x < 3$.

(b) Halle una expresión para $f(x)$, en el dominio $0 < x < 3$. [4]

(c) **A partir de lo anterior,** halle el área real de **toda** la sección transversal. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 13: continuación)

Fuentes:

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.